پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۱ حل مسئله را از جایی شروع می‌کنیم که یکی از بارها حذف می‌شود و میدان حاصل از بار باقی‌مانده $\frac{-E}{۳}$ می‌شود. با حذف بار $q_۱$ فقط بار $q_۲$ باقی می‌ماند و خواهیم داشت:

$$\frac{-E}{۳}=\frac{kq}{(\frac{۳d}{۲})^۲}$$

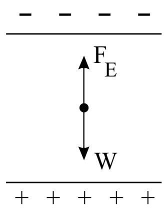
پس بار $q_۲$ منفی بوده است و $E=\frac{۴}{۳}\times\frac{kq_۲}{d^۲}$

$$\Rightarrow E_T=E_۱+(\frac{-E}{۳})=E\Rightarrow E_۱=+\frac{۴}{۳}E$$

بنابراین بار $q_۱$ مثبت بوده است.

$$E_۱=\frac{kq_۱}{(\frac{d}{۲})^۲}=۴\frac{kq_۱}{d^۲}\Rightarrow\frac{|E_۱|}{|E_۲|}=\frac{\frac{۴}{۳}E}{\frac{۱}{۳}E}\Rightarrow\frac{\frac{kq_۱}{(\frac{d}{۲})^۲}}{\frac{kq_۲}{(\frac{۳}{۲}d)^۲}}=۴\Rightarrow\frac{q_۲}{q_۱}=-\frac{۹}{۴}$$

۲ گزینه ۲



$$F_t=F_E-W=E|q|-mg=۳\times۱۰^۴\times۴\times۱۰^{-۶}-۲۰۰۰\times۱۰^{-۶}\times۱۰$$

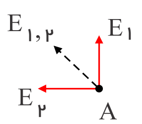
$$W_t=K_۲-\underbrace{K_۱}_{\text{صفر}}\Rightarrow F_t\times d=K_۲\Rightarrow K_۲=۱۰^{-۱}\times۲۰\times۱۰^{-۲}=۲۰\times۱۰^{-۳}J=۲۰mJ$$

۳ گزینه ۳ نیروی وارد بر بار قرار گرفته در فضای بین صفحات برابر است با: $F=Eq$

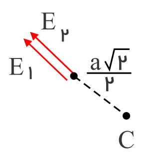
از طرف $E=\frac{V}{d}$ و همینطور $V=\frac{Q}{C}$ پس داریم:

$$F=\frac{qQ}{cd}\xrightarrow{C=\frac{\varepsilon_۰A}{d}}F=\frac{qQ}{\varepsilon_۰A}=\frac{(۱۸\times۱۰^{-۹})\times۵\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۱۲}\times۲۰\times۱۰^{-۶}}=۰/۵$$

۴ گزینه ۲



$$E_۱=E_۲=\frac{k(۲)}{a^۲}\Rightarrow E_{۱,۲}=۲\sqrt{۲}\frac{k}{a^۲}$$

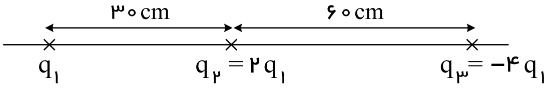


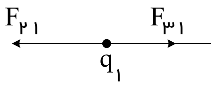
$$E_۱=E_۲=\frac{k(۲)}{(\frac{a\sqrt{۲}}{۲})^۲}=\frac{۴k}{a^۲}\Rightarrow E_{۱,۲}=۲\times\frac{۴k}{a^۲}=۸\frac{k}{a^۲}$$

خواستهٔ سؤال: $\frac{۸\frac{k}{a^۲}}{۲\sqrt{۲}\frac{k}{a^۲}}=۲\sqrt{۲}$

۵ گزینه ۲

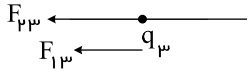
اگر فرض کنیم که q_1 برحسب میکروکولن باشد، در ابتدا مقادیر F_1 و F_3 را برحسب بار q_1 می‌یابیم. برای F_1 داریم:





$$F_1 = F_{21} - F_{31} = \frac{k|q_2 q_1|}{r_{21}^2} - \frac{k|q_3 q_1|}{r_{31}^2} = \frac{90\times 2q_1^2}{30^2} - \frac{90\times 4q_1^2}{90^2} \Rightarrow F_1 = \frac{2q_1^2}{10} - \frac{4q_1^2}{90} \Rightarrow F_1 = \frac{14q_1^2}{90}$$

به همین ترتیب برای F_3 داریم:



$$F_3 = F_{23} + F_{13} = \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2} + \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = \frac{90\times 8q_1^2}{60^2} + \frac{90\times 4q_1^2}{90^2} \Rightarrow F_3 = \frac{q_1^2}{5} + \frac{4q_1^2}{90} \Rightarrow F_3 = \frac{22q_1^2}{90}$$

و در ادامه داریم:

$$F_3 - F_1 = \frac{22q_1^2}{90} - \frac{14q_1^2}{90} = \frac{8q_1^2}{90} \xrightarrow{F_3 - F_1 = 3.2N} \frac{8q_1^2}{90} = 3.2 \Rightarrow q_1 = 6\mu C$$

۶ گزینه ۲ از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \xrightarrow[v_0 = 0]{\text{حال سکون}} F_{\text{خالص}} d = \frac{1}{2}mv^2$$

$$(F + mg - E|q|)d = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow (F + 500\times 10^{-3}\times 10 - 100\times 10^{3}\times 20\times 10^{-6})\times 20\times 10^{-2}$$

$$= \frac{1}{2}\times 500\times 10^{-3}\times 4 \Rightarrow (F + 5 - 2)\times 0.2 = 1 \Rightarrow F = 2N$$

۷ گزینه ۲ از آنجایی که جابه‌جایی ذره مطابق میل‌اش بوده است، (چون بار مثبت در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده است) ΔU منفی است. بنابراین:

$$V_A - V_B = \frac{\Delta U}{q}$$

$$V_A - V_B = \frac{-10\times 10^{-3}}{200\times 10^{-6}} = -50V \Rightarrow V_A - 100 = -50 \Rightarrow \boxed{V_A = 50V}$$

حواسمان باشد که V_A حتما کوچک‌تر از V_B است. چرا؟

از طرفی در میدان الکتریکی یکنواخت، داریم: (θ زاویهٔ بین بردار جابه‌جایی و بردار میدان الکتریکی است.)

$$|\Delta V| = |Ed\cos\theta|$$

$$50 = 2\times 10^{3}\times d\times \frac{1}{2} \to d = 0.05m \Rightarrow d = 5cm$$

۸ گزینه ۱

ابتدا با توجه به قسمت اول سؤال r را محاسبه می‌کنیم: (فرض می‌کنیم که r برحسب cm باشد.)

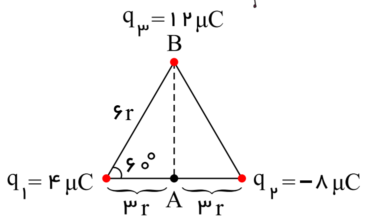
$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 3.6 = \frac{9\times 10^{9}\times 4\times 4\times 10^{-12}}{(2r)^2\times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 3.6 = \frac{9\times 10^{9}\times 4\times 10^{-12}}{(r)^2\times 10^{-4}} \Rightarrow r^2 = \frac{9\times 10^{9}\times 4\times 10^{-12}}{3.6\times 10^{-4}} \Rightarrow r^2 = 10^2 \Rightarrow r = 10cm$$

یا:

$$3.6 = \frac{90\times 4\times 4}{(2r)^2} \Rightarrow r^2 = 100 \Rightarrow r = 10cm$$

حال باید برآیند میدان حاصل از بارها را در نقطهٔ A بیابیم.



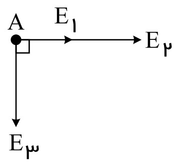
$$E_1=\frac{k|q_1|}{(3r)^2}=\frac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})}{(30\times10^{-2})^2}=\frac{36\times10^3}{9\times10^{-2}}=4\times10^5\frac{N}{C}$$

$$E_2=\frac{k|q_2|}{(3r)^2}=\frac{9\times10^9\times(8\times10^{-6})}{(30\times10^{-2})^2}=\frac{72\times10^3}{9\times10^{-2}}=8\times10^5\frac{N}{C}$$

برای پیدا کردن میدان ناشی از بار q_3 در نقطهٔ A ، ابتدا فاصلهٔ AB را می‌یابیم:

$$\sin 60=\frac{AB}{6r}\rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{AB}{6r}\rightarrow AB=3\sqrt{3}r\xrightarrow{r=10cm}AB=30\sqrt{3}cm$$

$$E_3=\frac{k|q_3|}{(AB)^2}=\frac{9\times10^9\times(12\times10^{-6})}{(30\sqrt{3}\times10^{-2})^2}=\frac{9\times12\times10^3}{27\times10^{-2}}=4\times10^5\frac{N}{C}$$



$$\left.\begin{aligned}E_x&=E_1+E_2=12\times10^5\\E_y&=E_3=4\times10^5\end{aligned}\right\}\rightarrow E_A=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$$

$$=\sqrt{(12\times10^5)^2+(4\times10^5)^2}=4\times10^5\sqrt{10}\frac{N}{C}=4\times10^5\sqrt{10}\frac{N}{10^6\mu C}=\frac{4\sqrt{10}}{10}\Rightarrow E_A=\frac{2\sqrt{10}}{5}\frac{N}{C}$$

۹ **گزینه ۲** از آنجا که ظرفیت خازن تغییر نکرده و ثابت است، داریم:

$$\begin{cases}Q_2=CV_2\\Q_1=CV_1\end{cases}\Rightarrow\Delta Q=C\Delta V$$

$$\rightarrow C=\frac{\Delta Q}{\Delta V}=\frac{-2\mu C}{-2V}\rightarrow C=1\mu F$$

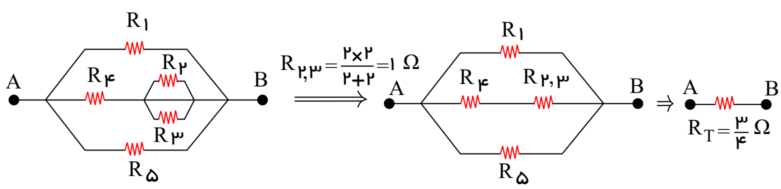
$$U_1-U_2=18\mu J\rightarrow\frac{1}{2}C[V_1^2-(V_1-2)^2]=18\rightarrow 4V_1-4=36\rightarrow V_1=10(V)\rightarrow V_2=8(V)$$

$$\frac{U_2}{U_1}=(\frac{V_2}{V_1})^2=(\frac{8}{10})^2=\frac{64}{100}\rightarrow U_2=\frac{64}{100}U_1$$

پس انرژی خازن ۳۶ درصد کاهش یافته است.

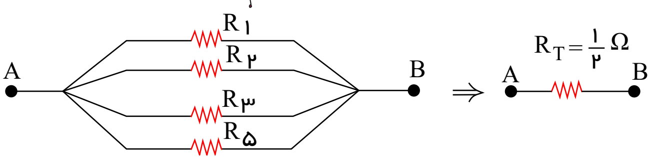
۱۰ **گزینه ۲** در هر حالت مدار را ساده می‌کنیم و مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

حالت اول: کلید k باز است.



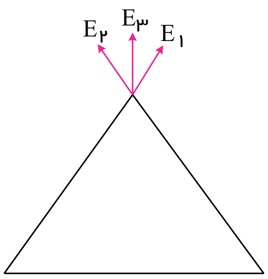
$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\Rightarrow R_T=\frac{3}{4}\Omega$$

حالت دوم: کلید k بسته است.در این حالت مقاومت R_4 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود.



$$\frac{۱}{R'_T} = \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \Rightarrow R'_T = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}\Omega \;\Rightarrow\; \frac{R'_T}{R_T} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۲}{۳}$$

۱۱ **گزینه ۲** باید فاصلهٔ بار $q_۳$ تا رأس C را محاسبه کنیم. بنابراین ابتدا میدان حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در رأس C را محاسبه کرده، سپس بعد از محاسبهٔ فاصله، میدان بار $q_۳$ در نقطهٔ C را نیز محاسبه کرده و درنهایت برایند را محاسبه می‌کنیم.



$$E_۱ = E_۲ = \frac{k|q_۱|}{r_۱^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۲\sqrt{۳} \times ۱۰^{-۶}}{(۲ \times ۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۹\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$r_۳ = \frac{۲}{۳} \times ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳} cm$$

$$E_۳ = \frac{k|q_۳|}{r_۳^۲} = \frac{۹ \times ۱۰^۹ \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{(\frac{۲\sqrt{۳}}{۳} \times ۱۰^{-۲})^۲} = \frac{۲۷}{۲} \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_{۱۲} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ \Rightarrow E_{۱۲} = ۲E_۱ \cos\frac{۶۰^\circ}{۲}$$

$$= ۲ \times \frac{۹\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰^۷ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۲۷}{۲} \times ۱۰^۷ (\frac{N}{C})$$

$$\Rightarrow \vec{E}_T = \vec{E}_{۱۲} + \vec{E}_۳ \Rightarrow E_T = E_{۱۲} + E_۳$$

$$\frac{۲۷}{۲} \times ۱۰^۷ + \frac{۲۷}{۲} \times ۱۰^۷ = ۲۷ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

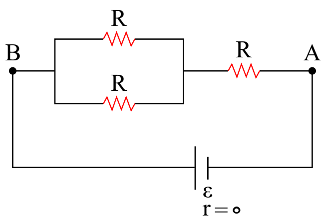
۱۲ **گزینه ۴** قسمت اول:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{N} = \frac{۳}{۲}R$$

قسمت دوم:

$$R'_{eq} = R + \frac{(nR)(R)}{(nR) + R} = R + (\frac{n}{n+۱})R = \frac{nR + R + nR}{n+۱} = \frac{۲nR + R}{n+۱} = (\frac{۲n+۱}{n+۱})R$$

قسمت سوم: توان خروجی باتری با توان مصرفی مجموعهٔ مقاومت‌های خارجی مدار برابر است. چون ولتاژ باتری با تغییر R_{eq} و I تغییر نمی‌کند، مقاومت درونی باتری صفر است، در هر دو حالت اختلاف پتانسیل دو سر مدار ثابت و برابر ε است.



$$P=\frac{V^{۲}}{R_{eq}}\xrightarrow{V=\text{ثابت}}\frac{P}{P'}=\frac{R'_{eq}}{R_{eq}}\to\frac{۶}{۵}=\frac{(\frac{۲n+۱}{n+۱})R}{\frac{۳}{۲}R}\to ۲۰n+۱۰=۱۸n+۱۸\Rightarrow n=۴$$

۱۳ گزینه ۳ گام اول: این که ولتاژ تا آخرین لحظهٔ تخلیهٔ کامل بار و انرژی باتری ثابت می‌ماند بسیار مهم است.

گام دوم: ۱ آمپر ساعت واحد فرعی دیگر برای بار الکتریکی است: $q=It$

این باتری تا زمانی که به اندازهٔ ۳۶ آمپر ساعت بار را در مدار جابه‌جا کند، ولتاژ ۲۴ ولت را می‌تواند ایجاد نماید.

گام سوم: دو لامپ مشابه و دارای مقاومت اهمی: $R=\frac{۱۲^{۲}}{۱۸}$ می‌باشند. پس هنگامی که به طور متوالی به یکدیگر بسته شده و به دو سر این باتری بسته می‌شود، به هر مقاومت ولتاژ ۱۲ ولت می‌رسد.

$$\begin{cases} I=\frac{V}{R_{eq}}=\frac{۲۴}{۱۶}=۱/۵A \\ R_۱=R_۲=R=\frac{۱۲^۲}{۱۸}=۸\Omega\to R_{eq}=۸+۸=۱۶\Omega \end{cases}$$

$$I=\frac{q}{t}=\frac{۳۶A\cdot h}{t}=۱/۵A\to t=\frac{۳۶}{۱/۵}=۲۴h$$

۱۴ گزینه ۴

می‌دانیم که ولت سنج متصل به دو سر مولد، اختلاف پتانسیل دو سر کل مقاومتهای خارجی را نیز نمایش می‌دهد.هنگامی که کلید K باز است؛ مقاومت $R_۲$ در مدار قرار ندارد. پس:

$$R_{eq}=R_۱+R_۳=۲R$$

$$V=R_{eq}I=\frac{R_{eq}\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۲R\varepsilon}{۲R+۰/۵}\xrightarrow{R=۱\Omega}V=\frac{۴}{۵}\varepsilon$$

هنگامی که کلید K بسته می‌شود، مقاومت $R_۲$ به صورت موازی با مقاومت $R_۳$ به مدار اضافه می‌شود. یعنی:

$$R_{۲,۳}=\frac{R_۲\times R_۳}{R_۲+R_۳}=\frac{R\times R}{R+R}=\frac{R^۲}{۲R}=\frac{R}{۲}$$

$$R_{eq}=R_۱+R_{۲,۳}=\frac{R}{۲}+R=\frac{۳R}{۲}\quad \text{و}\quad V'=\frac{R'_{eq}\varepsilon}{R'_{eq}+r}=\frac{\frac{۳}{۲}R\varepsilon}{\frac{۳}{۲}R+۰/۵}\xrightarrow{R=۱\Omega}V'=\frac{۳}{۴}\varepsilon$$

در نهایت داریم:

$$\frac{V'}{V}=\frac{\frac{۳}{۴}\varepsilon}{\frac{۴}{۵}\varepsilon}=\frac{۱۵}{۱۶}\to\frac{\Delta V}{V}\times۱۰۰=-\frac{۱}{۱۶}\times۱۰۰$$

درصد تغییرات عدد ولت سنج: $\frac{\Delta V}{V}\times۱۰۰=-۶/۲۵\%$

$۶/۲۵\%$ کاهش می‌یابد.

۱۵ گزینه ۱

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow R=۲\times۱۰^{-۸}\times\frac{۴۰}{۰/۲\times۱۰^{-۶}}\Rightarrow R=۴\Omega$$

مقاومت سیم ۴Ω می‌باشد که ۲Ω مربوط به قسمت بالا و ۲Ω مربوط به قسمت پایین می‌باشد. چون مقاومت‌ها به طور موازی می‌باشند پس:

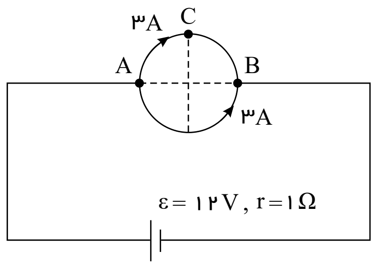
$$R_{eq}=\frac{۲\times۲}{۲+۲}=۱\Omega$$

$$I_T=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}=\frac{۱۲}{۱+۱}=۶A$$

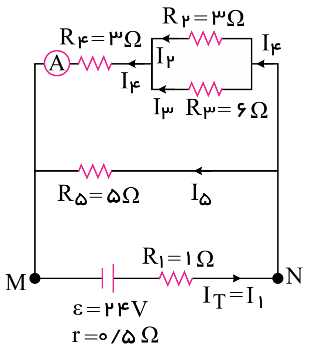
چون مقاومت‌های شاخهٔ بالا و پایین یکسان می‌باشند و اختلاف پتانسیل در قسمت بالا و پایین (به دلیل موازی بودن مقاومت‌ها) یکسان است پس شدت جریان $۳A$ از بالا می‌گذرد و شدت جریان $۳A$ از پایین می‌گذرد.

$$R_{AC}=۱\Omega, I=۳A\Rightarrow V=R_{AC}\times I=۳\times۱=۳V$$

$P = \varepsilon I - rI^{۲} \Rightarrow P = ۱۲ \times ۶ - ۱ \times (۶)^{۲} \Rightarrow P = ۳۶W$



۱۶ گزینه ۳



$R_{۲,۳} = \frac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲$

$R_{۲,۳,۴} = ۲ + ۳ = ۵$

$R'_{eq} = \frac{۵ \times ۵}{۵ + ۵} = ۲٫۵\Omega$

$I_۱ = I_T = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + R_۱ + r} = \frac{۲۴}{۲٫۵ + ۱ + ۰٫۵} = ۶A$

$\Rightarrow I_۴ = I_۵ = \frac{I_T}{۲} = \frac{۶}{۲} = ۳A$

$\Rightarrow I_۲ = ۲A$ و $I_۳ = ۱A$

گره $N : I' + I_۲ = I_۱ \Rightarrow I' + ۲ = ۶ \Rightarrow I' = ۴A$

۱۷ گزینه ۱

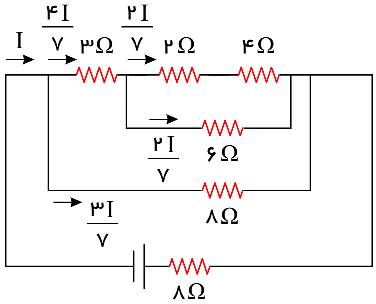
$r' = r - ۰٫۶r = ۰٫۴r \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{۵}{۲}$

حجم: $V' = V \xrightarrow{V=AL} A'L' = AL \Rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{L'}{L} \quad (*)$

$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{L'}{L} \times \frac{A}{A'} \xrightarrow{(*)} \frac{R'}{R} = (\frac{A}{A'})^{۲} \xrightarrow{A=\pi r^{۲}} \frac{R'}{R} = (\frac{r}{r'})^{۴} \xrightarrow{\frac{r}{r'}=\frac{۵}{۲}} \frac{R'}{R} = (\frac{۵}{۲})^{۴} = \frac{۶۲۵}{۱۶}$

۱۸ گزینه ۱

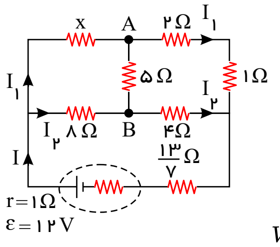
شکل سادهٔ مدار را رسم می‌کنیم و جریان را در شاخه تقسیم می‌کنیم. با توجه به شکل، توان مقاومت ۸ اُهمی از بقیه بیش‌تر است و باید برابر $۱۸W$ باشد تا بقیهٔ مقاومت‌ها آسیبی نبینند.



$۸(\frac{۳I}{۷})^{۲} = ۱۸ \Rightarrow \frac{۳I}{۷} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow I = \frac{۷}{۲}A$

$$V = ۳ \times \frac{۴I}{۷} \xrightarrow{I=\frac{۷}{۲}A} V = ۳ \times ۲ = ۶V$$ ⇐ عدد ولت‌سنج = ولتاژ دوسر مقاومت ۱۳ اهمی

۱۹ **گزینه ۱** چون از شاخهٔ AB جریانی عبور نمی‌کند، داریم:



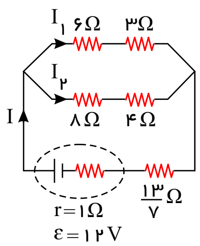
$$V_A - (۵ \times ۰) = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۰$$

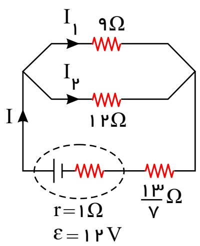
$$\begin{cases} V_A - ۲I_۱ - I_۱ + ۴I_۲ = V_B \Rightarrow ۴I_۲ = ۳I_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{۴}{۳}I_۲ \\ V_A - xI_۱ - ۸I_۲ = V_B \Rightarrow xI_۱ = ۸I_۲ \end{cases}$$

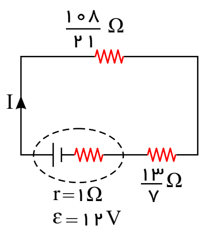
$$\Rightarrow x \times \frac{۴}{۳}I_۲ = ۸I_۲ \Rightarrow x = ۶\Omega$$

مدار را به‌صورت زیر ساده می‌کنیم و جریان شاخهٔ اصلی مدار را می‌یابیم، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{\frac{۱۰۸}{۲۱} + \frac{۱۳}{۷} + ۱} \Rightarrow I = ۱/۵A$$





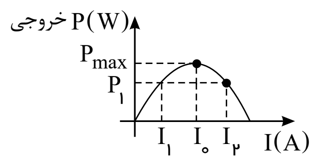


در دو مقاومت موازی ۹Ω و ۱۲Ω داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} \Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲} = \frac{۱۲}{۹} = \frac{۴}{۳} \quad (*)$$

$$I_۱ + I_۲ = I \xrightarrow{(*)} I_۱ + \frac{۳}{۴}I_۱ = ۱/۵ \Rightarrow \frac{۷}{۴}I_۱ = ۱/۵ \Rightarrow I_۱ = \frac{۶}{۷}A$$

۲۰ **گزینه ۲** با توجه به نمودار توان خروجی برحسب جریان مولد ($P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^۲$)، از آنجا که نمودار سهمی است، متقارن بوده و مقدار جریان متناظر با بیشینهٔ سهمی (توان خروجی بیشینه) را می‌توان با گرفتن میانگین دو جریانی که توان خروجی برابر دارند، به دست آورد.



$$I_۰ = \frac{I_۱ + I_۲}{۲} \Rightarrow I_۰ = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۲r} = \frac{I_۱ + I_۲}{۲}$$

$$\frac{\varepsilon}{۲ \times ۲} = \frac{۲ + ۸}{۲} \Rightarrow \varepsilon = ۲۰V \Rightarrow P_{\max} = \frac{\varepsilon^۲}{۴r} \Rightarrow P_{\max} = \frac{(۲۰)^۲}{۴ \times ۲} \Rightarrow P_{\max} = ۵۰W$$

۲۱ **گزینه ۱** با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی در مرکز یک پیچهٔ مسطح داریم:

$$B = \frac{\mu_۰ NI}{۲R} \xrightarrow{I_۱ = I_۲} \frac{B_۱}{B_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} \times \frac{N_۱}{N_۲} \quad (۱)$$

از طرفی هم می‌دانیم طول سیمی که از آن سیم‌لوله ساخته شده برابر با حاصلضرب محیط حلقه‌ها ($L = N \times ۲\pi R$) پس:

$$L_۱ = L_۲ \xrightarrow{L = N \times ۲\pi R} N_۱ \times ۲\pi R_۱ = N_۲ \times ۲\pi R_۲$$

$$\Rightarrow \frac{N_۱}{N_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} \xrightarrow{R_۲ = \frac{R_۱}{۴}} \frac{N_۱}{N_۲} = \frac{۱}{۴}$$

$$\xrightarrow[\frac{N_1}{N_2}=\frac{1}{4}]{\frac{R_2}{R_1}=\frac{1}{4}} \frac{B_1}{B_2}=\frac{1}{16} \qquad (1)$$

۲۲ گزینه ۴

میدان مغناطیسی در مرکز حلقه حامل جریان $B=\frac{\mu_0 NI}{2R}$ می‌باشد که در اینجا N_2 و N_1 هر دو نیم‌حلقه می‌باشند $N_1=N_2=\frac{1}{2}$ از طرفی مقاومت هر قسمت هم نسبت طول سیم به کار رفته در آن حلقه می‌باشد و طول سیم حلقه‌ها $\begin{cases}\ell_1=5+\pi r+5\\ \ell_1=5+3\times 10+5=40cm\end{cases}$ و $\begin{cases}L_2=\pi r_2\\ L_2=3\times 15=45cm\end{cases}$ پس $\frac{R_1}{R_2}\underset{\text{ثابت}}{\overset{\text{ثابت}}{=}}\frac{\ell_1}{\ell_2}=\frac{45}{40}=\frac{9}{8}$ پس جریان بین این دو شاخه تقسیم می‌شود و داریم $\left.\begin{matrix}\frac{R_1}{R_2}=\frac{\ell_1}{\ell_2}=\frac{9}{8}\\ I_1+I_2=17\end{matrix}\right\}$ پس B_2 و B_1 را محاسبه می‌کنیم هر دو درون‌سو می‌شوند که برایند، حاصل جمع آنها می‌شود.

$$B_1=\frac{4\times 3\times 10^{-7}\times \frac{1}{2}\times 9}{2\times 0.1}=27\times 10^{-6}T$$

$$B_1=\frac{4\times 3\times 10^{-7}\times \frac{1}{2}\times 8}{2\times 0.15}=16\times 10^{-6}T$$

$$\Rightarrow B_O=27\times 10^{-6}+16\times 10^{-6}=43\times 10^{-6}\ T$$

۲۳ گزینه ۳

پله یکم: ابتدا میدان مغناطیسی ناشی از قطاع (۱) با زاویهٔ مرکزی θ_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$N_1=\frac{\theta_1}{360}=\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$$

$$B_1=\frac{\mu_0\times N_1 I}{2R_1}=\frac{12\times 10^{-7}\times\left(\frac{1}{12}\right)\times 4}{2(0.1)}=2\times 10^{-6}T \text{ برون‌سو}$$

پله دوم: حالا همین مراحل را برای قطاع (۲) با زاویهٔ مرکزی θ_2 طی می‌کنیم:

$$N_2=\frac{\theta_2}{360}=\frac{360-30}{360}=\frac{330}{360}=\frac{11}{12}$$

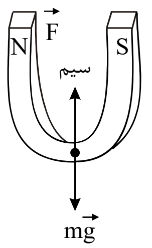
$$B_2=\frac{\mu_0\times N_2 I}{2R_2}=\frac{12\times 10^{-7}\times\left(\frac{11}{12}\right)\times 4}{2(0.2)}=11\times 10^{-6}T \text{ برون‌سو}$$

پله سوم: چون جهت جریان در هر دو قطعه پادساعت‌گرد است میدان‌های مغناطیسی ناشی از آن‌ها در نقطه O هم‌جهت می‌باشند و داریم:

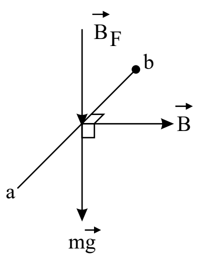
$$B_{\text{کل}}=B_1+B_2=13\times 10^{-6}T$$

۲۴ گزینه ۱

برای آن‌که ترازو عدد صفر را نشان دهد باید نیروی وزن آهنربا توسط عکس‌العمل نیروی مغناطیسی‌ای که از طرف آهنربا بر سیم وارد می‌شود، خنثی شود، بنابراین می‌توان نوشت:



$$F=I\ell B\sin 90^\circ=mg\Rightarrow I=\frac{mg}{\ell B}=\frac{0.4\times 10}{0.4\times 0.8}\Rightarrow I=12.5A$$



باتوجه به شکل، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آهنربا از طرف سیم به طرف بالا می‌باشد، بنابراین طبق قانون سوم نیوتن، نیروی مغناطیسی‌ای که از طرف آهنربا بر سیم وارد می‌شود باید هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی مغناطیسی‌ای باشد که از طرف سیم بر آهنربا وارد می‌شود. بنابراین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم به طرف پایین است که باتوجه به جهت میدان مغناطیسی که از چپ به راست می‌باشد و با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت جریان در سیم از a به b خواهد بود.

۲۵ **گزینه ۲** اندازهٔ جریان الکتریکی عبوری از سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2A$$

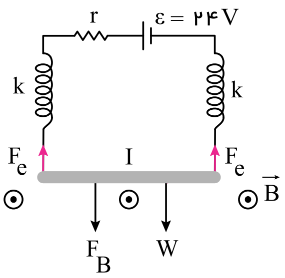
اندازه نیروی وارد شده به هریک از فنرها را به‌دست می‌آوریم:

$$F_e = kx = 25(\frac{1}{100}) = 0/25N$$

اندازهٔ نیروی وزن وارد شده به سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$W = mg = 10 \times 10^{-3} \times 10 = 0/1N$$

تمام نیروهای وارد شده به فنر را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم: دقت کنید که جهت نیروی مغناطیسی (F_B) به کمک قاعدهٔ دست راست به‌دست آمده است.



ازآن‌جایی که سیم در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد شده به آن صفر است و داریم:

$$2F_e = W + F_B \Rightarrow 0/5 = 0/1 + F_B \Rightarrow F_B = 0/4N$$

نوبتی هم باشد، نوبت به‌دست آوردن اندازهٔ میدان مغناطیسی است:

$$F_B = BIl\sin\theta$$

$$0/4 = B(2)(5 \times 10^{-2}) \times 1 \Rightarrow B = 4T$$

۲۶ **گزینه ۱** طبق رابطهٔ $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله با جریان الکتریکی عبوری از آن نسبت مستقیم دارد:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{I_2}{I_1} \xrightarrow[B_1 = B]{B_2 = B + \frac{1}{4}B} \frac{B + \frac{1}{4}B}{B} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{4}$$

طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ داریم: (r صفر بوده و با توجه به متوالی بودن رئوستا و سیملوله داریم: $R_{eq} = R_1 + R_2$)

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_1 + R_2'}}{\frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}} \xrightarrow{\frac{I_2}{I_1} = \frac{5}{4},\ R_1 = R,\ R_2 = 2R} \frac{5}{4} = \frac{3R}{R + R_2'} \Rightarrow 5R + 5R_2' = 12R \Rightarrow R_2' = 1/4R$$

$$\text{درصد تغییرات مقاومت رئوستا} = \frac{R_2' - R_2}{R_2} \times 100 = \frac{1/4R - 2R}{2R} \times 100 = -30\%$$

بنابراین مقاومت رئوستا را باید ۳۰ درصد کاهش دهیم.

۲۷ **گزینه ۴** ابتدا جریان را در مدار تک حلقه به دست می‌آوریم، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{36}{(10 + 1) + 1} \Rightarrow I = 3A$$

چون دو نیم‌حلقه به صورت موازی به یک‌دیگر بسته شده‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم یکسان است و بنابراین جریان عبوری از هر یک، برابر است با:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \xrightarrow{R_2 = 2R_1} I_1 = 2I_2$$

$$I_1 + I_2 = 3A \Rightarrow 2I_2 + I_2 = 3 \Rightarrow I_2 = 1A,\quad I_1 = 2A$$

برای تعیین جهت و محاسبه‌ی اندازه‌ی میدان مغناطیسی ناشی از جریان هر نیم‌حلقه در نقطه‌ی O، داریم:

$$B_1 = \mu_0 \frac{NI_1}{2r_1} \Rightarrow B_1 = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{0/1} = 2\pi\mu T \quad \text{درون‌سو}$$

$$B_2 = \mu_0 \frac{NI_2}{2r_2} \Rightarrow B_2 = 2\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{0/2} = 0/5\pi\,\mu T \quad \text{برون‌سو}$$

چون $B_1 > B_2$ است، بنابراین برایند میدان‌های مغناطیسی در مرکز مشترک دو نیم‌حلقه درون‌سو بوده و اندازه‌ی آن برابر است با:

$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow |\vec{B}_T| = |\vec{B}_1| - |\vec{B}_2| = 2\pi - 0/5\pi \Rightarrow |\vec{B}_T| = 1/5\pi\mu T$$

۲۸ گزینه ۱ میدان پیچه در مرکز پیچه برون‌سو است.

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_\circ NI}{۲R} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۱ \times ۲}{(۲ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲})} = \frac{۴\pi \times \cancel{۲} \times ۱۰^{-۷}}{\cancel{۲} \times ۱۰^{-۱}} = ۴\pi \times ۱۰^{-۶} = ۱۲ \times ۱۰^{-۶} = ۰/۱۲ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۱۲G$$

با توجه به این‌که ذکر شده میدان ناشی از سیم راست در مرکز حلقه درون سو است، پس در مرکز حلقه دو میدان غیر هم سو داریم که بزرگی آن به‌صورت زیر است و جهت میدان برآیند در اینجا، در جهت میدان بزرگتر یعنی درون سو است.

$$B_T = \underset{\substack{\text{سیم} \\ \text{درون‌سو}}}{B} - \underset{\substack{\text{پیچه} \\ \text{برون‌سو}}}{B} \Rightarrow B_T = ۰/۵ - ۰/۱۲ = ۰/۳۸G\otimes$$

۲۹ گزینه ۴

$$P = RI^۲ \Rightarrow ۳۲ = ۲I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۱۶ \Rightarrow I = ۴A$$

$$B\frac{\mu_\circ NI}{L} = \frac{۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times ۳۰ \times ۴}{۰/۵} = ۹۶\pi \times ۱۰^{-۶}T$$

$$F = |q| VB = ۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰ \times ۹۶\pi \times ۱۰^{-۶} \xrightarrow{\pi=۳} F = ۱۱۵۲ \times ۱۰^{-۱۰}N = ۱/۱۵۲ \times ۱۰^{۵}PN$$

۳۰ گزینه ۲

$$N = \frac{L}{۲\pi r} \Rightarrow \frac{N_A}{N_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{r_B}{r_A} \Rightarrow ۲ = \frac{L_A}{L_B} \times ۳ \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{۲}{۳}$$

$$R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \frac{۳}{۲}$$

$$B = \frac{\mu_\circ I}{d} \Rightarrow \frac{B_A}{B_B} = \frac{I_A}{I_B} = \frac{۳}{۲}$$